

AB-109

April-2018

B.Sc., Sem.-VI

CC-307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- સૂચના : (1) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.
 (2) સંજ્ઞાઓના અર્થ પ્રચલિકા મુજબ છે.
 (3) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના કુલ ગુણ દર્શાવે છે.

1. (a) બેસલ વિધેયનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવો કે

7

- (1) $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$, જ્યાં $n =$ પૂર્ણાંક માટે
 (2) સાબિત કરો કે $\cos(x) = J_0(x) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x)$ છે.

અથવા

- (1) સાબિત કરો કે $n(x) = (-1)^n x^n \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \left(\frac{\cos x}{x} \right)$.
 (2) લીજેન્ડ્ર બહુપદીઓ નીચેના લંબ છેદકીય સંબંધ સંતોષે છે તેમ દર્શાવો.

$$\int_{-l}^{+l} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$

- (b) સાબિત કરો કે $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$

7

અથવા

સાબિત કરો કે $v = n$ પૂર્ણાંક માટે

- (1) $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} J_v(x)$
 (2) $J_{v-1}(x) - J_{v+1}(x) = 2J'_v(x)$

2. (a) ડ સકેતનો ઉપયોગ કરીને ઓઈલર-લાગ્રાન્જના ગતિના સમીકરણ તારવો.

7

અથવા

વિદ્યુત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં વિદ્યુતભારિત કણ માટે હેમિલ્ટોનીયન મેળવો.

- (b) હેમિલ્ટોનીયન સિદ્ધાન્ત ન્યૂટનના ગતિના નિયમની મદદથી તારવો.

7

અથવા

વિદ્યુત યાંત્રિક સરખામણીને આધારે LCR શ્રેણી પરિપથ અને LCR સમાંતર પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન મેળવો.

3. (a) $L(\rho)$ માટે હાઈડ્રોજન અણુ માટે નીચેના વિકલ સમીકરણનો ઉપયોગ કરી 7
- $$\rho \frac{d^2 L}{d\rho^2} + (2l + 2 - \rho) \frac{dL}{d\rho} + (\lambda - l - 1) L = 0$$
- સાબિત કરો કે $E_n = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 n^2}$ જ્યાં $n = 1, 2, 3$.
- અથવા**
- ત્રિ-પારિમાણિક સમ-દિક્ષર્મી દોલક માટે દર્શાવો કે $E_n = \left(n + \frac{3}{2}\right) hf$.
- (b) ત્રિ-પારિમાણિક સ્થિતિમાન કૂપ વ્યાખ્યાયિત કરો અને કૂપના અંતર્ગત ભાગમાં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીંજર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. 7
- અથવા**
- સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણ માટેના શક્તિ વર્ણપટ અને આઈગન વિધેયની ચર્ચા કરો.
4. (a) હિલબર્ટ અવકાશ પર ટૂંકનોંધ લખો. 7
- અથવા**
- ગતિકીય ચલોના રૂપાંતરણ સમજાવો અને સાબિત કરો કે
- (i) $\hat{x}' = \hat{x} - \epsilon_L$ (ii) $\hat{P}' = \hat{P}_x + \theta \hat{P}_y$
- (b) અવકાશ વ્યુત્ક્રમ (Space inversion) સવિસ્તાર સમજાવો. 7
- અથવા**
- હર્મિશીયન કારક સમજાવો અને દર્શાવો કે :
- (i) $\langle \phi | A = (A^+ | \phi)^*$ (ii) $\langle \psi | A^+ = (A | \psi)^*$
5. ટૂંકમાં જવાબ આપો : 14
- (1) બેસલ વિધેય માટે $J_{-\frac{1}{2}}(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
 - (2) બેસલ વિધેયો માટે લંબ છેદકીય સંબંધ લખો.
 - (3) લીજેન્ડ્ર બહુપદી માટે $P_3(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
 - (4) $f(x) = 8x^3 - 2x + 4$ ને હર્માઈટ બહુપદીમાં દર્શાવો.
 - (5) જુઓડેસીક્સ શું છે ?
 - (6) ઓઈલર પ્રમેય વિધાન આપો.
 - (7) હેમિલ્ટોનીયનનો સિદ્ધાન્ત લખો.
 - (8) વિન્યાસ અવકાશ વ્યાખ્યાયિત કરો.
 - (9) સમદિક્ષર્મી દોલક એટલે શું ?
 - (10) હાઈડ્રોજન પરમાણુના ઈલેક્ટ્રોન માટે $n = 1, l = 0$ અને $m = 0$ માટે તરંગ વિધેય = _____ છે.
 - (11) પેરાબોલીક ચામતંત્રમાં H - પરમાણુ માટે શ્રોડીંજર સમીકરણ લખો.
 - (12) $(A^+)^+ =$ _____
 - (13) $[\Sigma_y, \Sigma_z] =$ _____
 - (14) પ્રોજેશન કારકને વ્યાખ્યાયિત કરો.

AB-109

April-2018

B.Sc., Sem.-VI**CC-307 : Physics****(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- Instructions :**
- (1) All questions are carry equal marks.
 - (2) Symbols used have their usual meaning.
 - (3) Figures on R.H.S. show that total mark of questions.

1. (a) Using the Bessel's function show that : 7

(1) $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$, where n is integer

(2) Prove that $\cos(x) = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x)$

OR

(1) Prove that $n(x) = (-1)^n x^n \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \left(\frac{\cos x}{x} \right)$.

- (2) Prove that Legendre polynomial satisfies the following orthogonality relation.

$$\int_{-l}^{+l} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$

- (b) Prove that $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$ 7

ORProve that for $\nu = n$ an integer

(1) $J_{\nu-1}(x) + J_{\nu+1}(x) = \frac{2\nu}{x} J_{\nu}(x)$

(2) $J_{\nu-1}(x) - J_{\nu+1}(x) = 2J'_{\nu}(x)$

2. (a) Using δ notation derive Euler Lagrang's equation of motion. 7

OR

Obtain the Hamiltonian for a charged particle moving in an electromagnetic field.

- (b) Obtain Hamiltonian principle from Newton's equation of motion. 7

OR

Obtain Lagrangian for a series LCR and parallel LCR electric circuit on the basis of electromechanical analogies.

3. (a) Using the following differential equation of the H atom for $L(\rho)$. 7
- $$\rho \cdot \frac{d^2 L}{d\rho^2} + (2l + 2 - \rho) \frac{dL}{d\rho} + (\lambda - l - 1) L = 0$$
- Prove that $E_n = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 n^2}$ Where $n = 1, 2, 3$.
- OR**
- For three dimensional isotropic oscillator show that $E_n = \left(n + \frac{3}{2}\right) hf$. 7
- (b) Define three dimensional square well potential and obtain the solution of radial Schrodinger equation in it's interior region.
- OR**
- Discuss the energy spectrum and eigen functions for a charged particle in a uniform magnetic field.
4. (a) Write a short note on Hilbert space. 7
- OR**
- Explain the transformation of a dynamical variables and prove that
- (i) $\hat{x}' = \hat{x} - \epsilon_L$ (ii) $\hat{p}' = \hat{p}_x + \theta \hat{p}_y$
- (b) Discuss in detail about space inversion. 7
- OR**
- Explain the Hermitian operator and show that :
- (i) $\langle \phi | A = (A^+ | \phi)^*$ (ii) $\langle \psi | A^+ = (A | \psi)^*$
5. Answer in short : 14
- (1) Write down value of $J_{-\frac{1}{2}}(x)$ for Bessel's function.
 - (2) Write down the orthogonality relation for Bessel's function.
 - (3) Write down value of $P_3(x)$ for Legendre polynomial.
 - (4) Express $f(x) = 8x^3 - 2x + 4$ in terms of Hermite polynomial.
 - (5) What is geodesic ?
 - (6) State Euler theorem.
 - (7) State Hamiltonian principle.
 - (8) Define configuration space.
 - (9) What is Isotropic oscillator ?
 - (10) The wave function of electron in H atom for $n = 1, l = 0$ and $m = 0$ is _____.
 - (11) Write the Schrodinger equation for H atom in parabolic co-ordinate.
 - (12) $(A^+)^+ =$ _____
 - (13) $[\Sigma_y, \Sigma_z] =$ _____
 - (14) Define projection operator.